

变换热源：热超成像

须留钧¹

指导教师：黄吉平²

(1. 物理学系; 2. 物理学系)

摘要：由于所有非零温物体都能被认为是热源，所以操控热源显得尤为重要，例如获得可控的辐射。然而，关于热源的研究并不能在已有的变换热学理论中找到。本课题中，我们发展了一套理论能够对热源进行变换。通过考虑一个线热源，我们设计并制备了以特定阵列刻上方形空气洞的铜板，并发现等温线由弯变直且平行于热源。这与在纯铜上呈现弯曲的等温线有着截然的差异。我们进一步在热源（物体）周围（包括正方形、三角形、五角形、人脸、小狗和大炮）设计了变换材料。我们揭示了等温线和物体具有相同的形状，并从物体延伸到了环境（冷源），如此产生了这些物体的热超成像。我们进一步基于导热硅胶的形状变换在实验中实现了手的热超成像，它看起来与真手有着相似的热成像图案。本课题提供了一种普遍的方法对热源进行任意变换，我们提出的热超成像有实际的用途，即控制辐射或迷惑红外探测。

关键词：变换热学；热超构材料；热超成像

Transforming objects: Thermal super-images

Liu jun Xu¹

Advisor: Jiping Huang²

(1. Department of Physics; 2. Department of Physics)

Abstract: Since all objects with non-zero temperature can be regarded as heat sources, controlling such heat sources becomes particularly important, e.g., for achieving controllable radiation. However, these heat sources cannot be effectively investigated by the existing theories of transformation thermotics. Here, we develop a theory that allows the free transformation of objects or heat sources. By considering a line heat source, we then design and fabricate a copper plate drilled with square air holes in the manner of special arrays, and find that the isotherms of our drilled copper plate become almost straight and parallel with the line heat source. This differs from the known curved isotherms in pure copper plates. We further design transformation media surrounding six objects with the shape of square, triangle, pentacle, face, dog, and artillery. We reveal that the resulting isotherms not only have the same shape as the inner objects, but also

expand from the objects to the environment (cold source), thus yielding super-images of these objects. We further experimentally realize a thermal super-image based on shape-transformed conductive epoxy, which looks very similar to the thermal image of a real hand. This work offers a general method for transforming objects at will, and the thermal super-images proposed herein have practical applications, say, for controlling radiation or misleading infrared detection.

Key words: transforming thermotics; thermal metamaterials; thermal super-images

1. 引言

随着能源危机的到来，越来越多的热能产生与浪费。因此，控制热能传输对于缓解能源危机至关重要。由于所有非零温物体都充当了热辐射源，它们实际上都是包含能量的热源。想自由操控这些热源是一个挑战，即获得定向辐射。幸运的是，受到变换光学的启发[1]，变换热学理论可以通过制备新奇的人工超构材料对热能输运进行操控[2-10]，例如隐身衣[2-9,11-15]、聚集器[3,4]、旋转器[3]。然而，直到如今，热源本身在变换热学领域[2-9,11-23]中从未被有效地研究，这很大程度上限制了实际应用。一个可能的原因在于热隐身衣（在变换热学中最具代表性的例子）内层边界是绝热的，它的中间区域可以包含任意物体包括热源[2-9,11-15]。因此，在隐身衣中间区域特意研究物体（热源）显得不重要。换句话说，在热隐身衣领域，中间区域的物体不会对隐身区域之外的温度分布产生任何影响，因此被隐藏起来。在这种情形下，如果只探测中间区域外的环境，物体并不会成任何像。

与此不同的是，本课题主要研究热源（物体），我们的方法基于理论分析、有限元模拟和实验。根据本课题提出的变换热源的方法，我们揭示了热超成像机制，它能够精准地扩大真实物体的温度分布特性。对于热超成像，等温线不仅和真实物体有相同的形状，同时从物体延伸到了环境。这种热超成像的潜在应用是巨大的，包括迷惑红外探测、精准控温。

2. 变换热源（或物体）理论

热输运过程满足以下方程

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (\boldsymbol{\kappa} \cdot \nabla T) = Q \quad (1)$$

其中 ρ 和 C 分别是材料的密度和热容， $\boldsymbol{\kappa}$ 是材料的热导率张量，热源 Q 是单位时间单位体积内产生的能量。

方程（1）的典型特征是它在坐标变换下具有形式不变性。如果将原来笛卡尔空间的每一点 X 的热导率 $\boldsymbol{\kappa}$ 和热源 Q 映射到变换后空间的每一点 X' 的热导率 $\tilde{\boldsymbol{\kappa}}$ 和热源 $\tilde{Q}$ ，由于形式不变性，可以直接得到

$$\tilde{\boldsymbol{\kappa}} = \frac{J \boldsymbol{\kappa} J^t}{\det J} \quad (2)$$

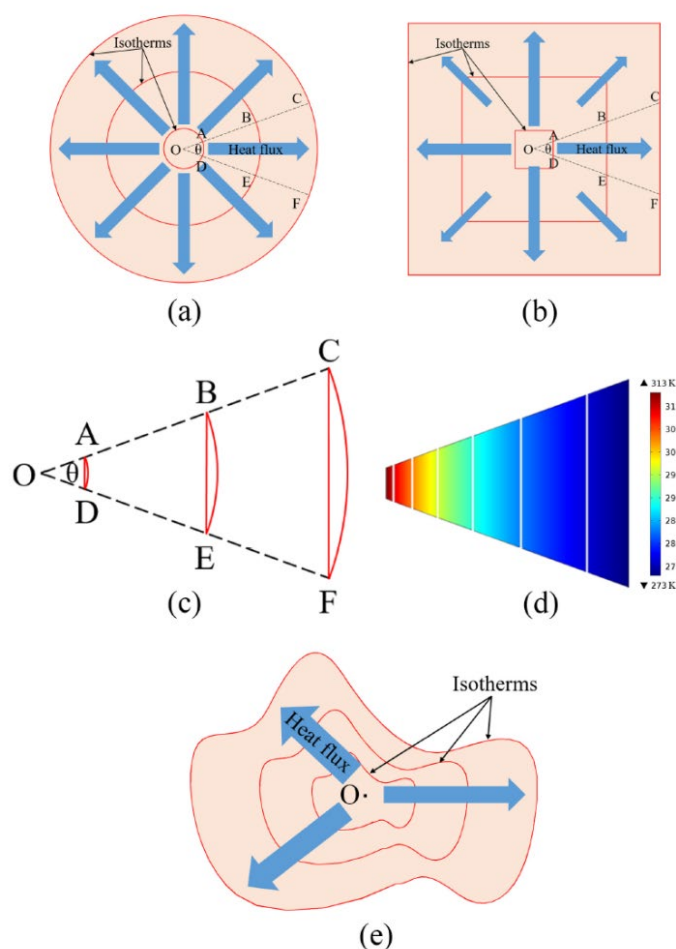
$$\tilde{Q} = \frac{Q}{\det J} \quad (3)$$

其中 $\det(J)$ 是连接 X 和 X' 这两个空间的雅可比变换矩阵 J 的行列式， J^t 是 J 的转置。

圆形热源的等温线分布是一系列的同心圆，如图 1 (a)。我们想要的是将这些同心圆变成任意我们想要的形状，如图 1 (e)。不失一般性，我们以图 1 (b) 中的正方形为例，设计了如图 1 (c) 中展示的转变。为了达到这个目的，坐标变换可以被写为

$$\begin{cases} r' = f(\theta) \cdot r \\ \theta' = \theta \end{cases} \quad (4)$$

其中 $f(\theta) = 1/\cos(\theta)$ 描述了图 1 (c) 中直线等温线的形状。



(a) 是位于正中心的普通圆形热源：三条红色同心圆代表等温线，八个蓝色箭头代表各个方向均匀扩散的热流；(b) 是位于中心的正方形热源：三条红色同心正方形代表等温线，八个蓝色箭头代表各个方向非均匀扩散的热流；(c) 是从 (a) 中 OACF 部分变换到 (b) 中 OAEF 部分的变换示意图；(d) 为 (c) 中展示变换的模拟结果，白线代表等温线，等腰梯形的左边长 1.7cm、右边长为 11.4cm、高为 13.3cm，热导率根据方程 (5) 而设计，其中 κ_0 为 171W/(m·K)；(e) 是位于中心的任意形状的热源：三条红色同心曲线代表等温线，三个不同粗细的蓝色箭头代表各个方向非均匀扩散的热流

图 1. 坐标变换示意图

根据方程 (2) 和 (3)，我们可以得到变换空间的参数，热导率 $\tilde{\kappa}$ 和热源 $\tilde{Q}$

$$\tilde{\kappa} = \begin{pmatrix} 1 + f(\theta)'^2/f(\theta)^2 & f(\theta)'/f(\theta) \\ f(\theta)'/f(\theta) & 1 \end{pmatrix} \kappa_0 \quad (5)$$

$$\tilde{Q} = Q/f(\theta)^2 \quad (6)$$

其中 $f(\theta)'$ 是 $f(\theta)$ 对 θ 求导， κ_0 是背景热导率。

实验的一个难点在于热源 $\tilde{Q}$ ，即方程 (6) 是角度 θ 的函数，非常不便实现。但是，由于温度在实验中是一个可控量，我们求助于和温度相关的等价操作。在深思熟虑之后，我们只需要根据设计需求改变热源的形状，那么热源变换的要求，即方程 (6) 就会自动满足，可以表述为

$$R_{source} = \text{constant} * f(\theta) \quad (7)$$

其中 R_{source} 描述了热源的形状，额外的常数不会影响最终效果。

下一步，我们检验流出热源的能量

$$\tilde{Q}' = \mathbf{n} \cdot \mathbf{j} = -\mathbf{n} \cdot (\tilde{\kappa} \cdot \nabla_{\mathbf{n}} T) = -(n_x n_y) \begin{pmatrix} \kappa_{xx} & \kappa_{xy} \\ \kappa_{yx} & \kappa_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla_{\mathbf{n}} T_x \\ \nabla_{\mathbf{n}} T_y \end{pmatrix} \quad (8)$$

其中 $\mathbf{j}$ 是热流密度， $\mathbf{n}$ 是曲线的法向量

$$\mathbf{n} = (n_x n_y) = \left(\frac{f(\theta)\cos\theta + f(\theta)'\sin\theta}{\sqrt{f(\theta)^2 + f(\theta)'^2}}, \frac{f(\theta)\sin\theta - f(\theta)'\cos\theta}{\sqrt{f(\theta)^2 + f(\theta)'^2}} \right) \quad (9)$$

笛卡尔坐标系下的热导率可以写为

$$\begin{pmatrix} \kappa_{xx} & \kappa_{xy} \\ \kappa_{yx} & \kappa_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \kappa_{rr} \cos^2 \theta + \kappa_{\theta\theta} \sin^2 \theta - \kappa_{r\theta} \sin 2\theta & (\kappa_{rr} - \kappa_{\theta\theta}) \sin \theta \cos \theta + \kappa_{r\theta} \cos 2\theta \\ (\kappa_{rr} - \kappa_{\theta\theta}) \sin \theta \cos \theta + \kappa_{r\theta} \cos 2\theta & \kappa_{rr} \sin^2 \theta + \kappa_{\theta\theta} \cos^2 \theta + \kappa_{r\theta} \sin 2\theta \end{pmatrix} \quad (10)$$

然后我们便得到热流

$$\tilde{Q}' = \frac{\kappa_0 |\nabla_{\mathbf{n}} T|}{1 + (f(\theta)'/f(\theta))^2} \quad (11)$$

不难得到

$$|\nabla_{\mathbf{n}} T| = \frac{|\nabla_{\mathbf{r}} T|}{\left(\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{r}| |\mathbf{n}|} \right)} = \frac{c}{f(\theta)} \sqrt{1 + (f(\theta)'/f(\theta))^2} \quad (12)$$

其中 $\mathbf{r}$ 是曲线的位置向量， $\nabla_{\mathbf{r}} T$ 是相应的温度梯度的模， c 是一个无关紧要的常数。所以我们最终得到

$$\tilde{Q}' = \frac{\kappa_0 c}{f(\theta) \sqrt{1 + (f(\theta)'/f(\theta))^2}} \quad (13)$$

根据 $f(\theta) = 1/\cos(\theta)$ ，我们得到了经过热源形状变换后的形式

$$\tilde{Q}' = \kappa_0 c / f(\theta)^2 \quad (14)$$

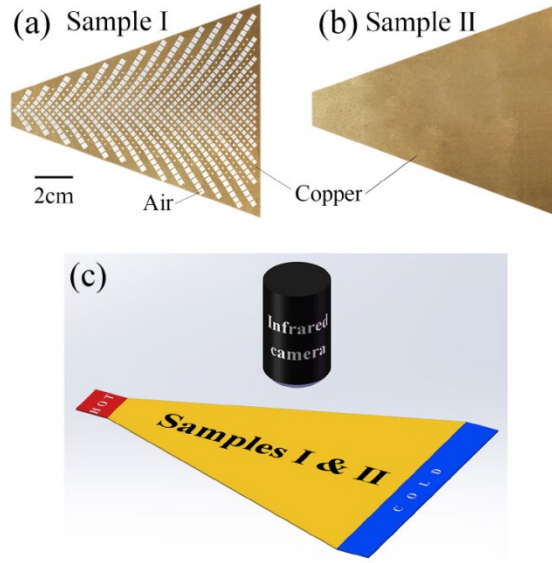
除了相差一个不重要的常数，方程 (14) 和方程 (6) 具有相同的形式。因此，如果我们根据方程 (7) 改变热源的形状，相应的热源变换，即方程 (6) 就可以自动满足。

3. 理论的实验和模拟验证

至此，我们已经解决了所有潜在问题，模拟结果如图 1 (d)。边界条件为热源 313K，冷源 273K，其他边界为热绝缘。值得一提的是，冷源可以被视为是环境温度。从图 1 (d) 来看，我们可以发现等温线不仅是直的，也平行于冷热源。这是由于图 1 (c) 中的压缩变换所导致的。

我们进一步在实验中验证了图 1 (d)。为了这个目的，我们求助于有效介质理论[24]。对于二维的双材料混合物，其中热导率为 κ_1 、面积分数为 p 的颗粒镶嵌于热导率为 κ_2 、面积分数为 $1 - p$ 的材料中，有效热导率 κ_e 由下式决定

$$\frac{\kappa_e - \kappa_2}{\kappa_e + \kappa_2} = p \frac{\kappa_1 - \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2} \quad (15)$$

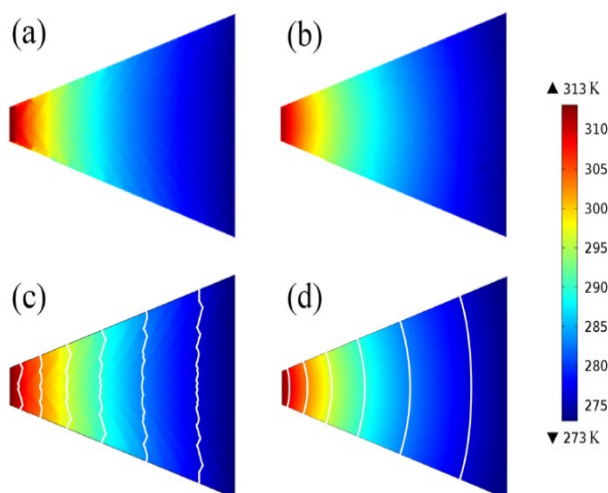


(a) 为样品 I，它的参数与图 1 (d) 的模拟相同。根据方程 (15)，黄色区域是热导率为 $397\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 的铜，白色区域是热导率为 $0.026\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 的空气；(b) 是样品 II，它是均匀的铜用来作为对比；(c) 是用红外热像仪测量的实验装置，其中 HOT 和 COLD 分别代表热源和冷源

图 2. 实验样品与装置示意图

然后用层状结构实现材料的各向异性，如图 2 (a)。控制热导率的方法是在铜板上（热导率为 $397\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ）刻上不同大小的正方形空气洞（热导率为 $0.026\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ）。图 2 (b) 展示了各向同性的均匀材料作为对照。样品的温度分布是用红外成像仪 (Flir E60) 根据图 2 (c) 的实验装置得到的。

图 3 (a) 展示了样品 I 的实验结果，它是根据方程 (15) 设计与制备的。图 3 (b) 是各向同性的均匀材料 II 的对比实验结果。在这两幅小图中，热源的形状已经根据方程 (7) 进行变换。边界条件和图 1 (d) 中的一样。很明显，图 3 (b) 中的弯曲等温线在经过变换后变成了图 3 (a) 中直的等温线。图 3 (a) 的结果与图 1 (d) 中的模拟基本吻合。这意味着等温线可以从弯的变成直的，反之亦然。



(a) 和 (c) 对应图 2 (a) 中样品 I 的实验和模拟结果；(b) 和 (d) 对应图 2 (b) 中样品 II 的实验和模拟结果，(c) 和 (d) 中白线代表等温线

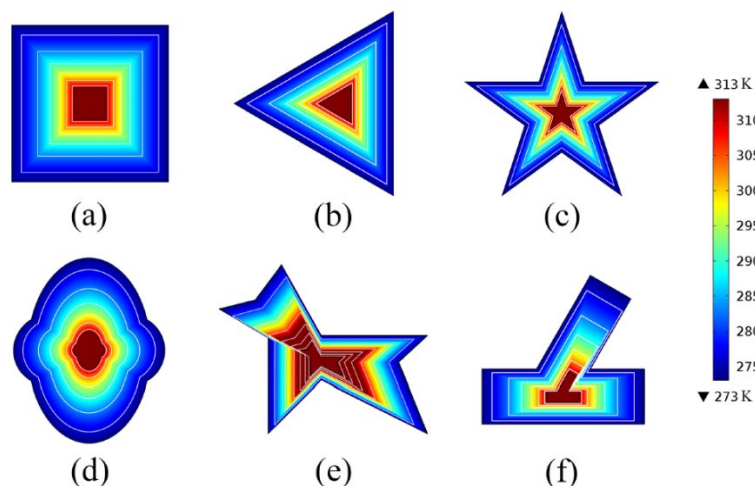
图 3. 实验与模拟结果

针对图 2 (a) 中的样品 I 和图 2 (b) 中的样品 II，为了去除可能由热对流或热辐射引起的误差，我们同时基于商业软件 COMSOL Multiphysics (<https://www.comsol.com/>)进行了有限元模拟。图 3 (c) 和 3 (d) 展示了样品 I 和样品 II 的模拟结果。可以发现，在经过了热源（或冷源）以及热导率的变换后，原先弯曲的等温线确实变直了。

至此，图 1 (d)、图 2 (a, b) 和图 3 已经展示了我们与热源相关的变换理论，即方程 (5) 和 (7)，能用来将弯的等温线变直（反之亦然）。用相似的方法，我们可以阶段总结：我们提出的与热源相关的变换理论能够用来将弯曲的等温线变成任意形状，这使我们能够提出一种对于所有物体的热超成像。细节如下展示。

4. 理论的运用：热超成像

在图 4 中，我们对六个物体（包括正方形、三角形、五角形、人脸、小狗和大炮）进行了热超成像的模拟。物体由 313K 的热源表示，冷源由 273K 的环境来表示。在热源与环境之间充满了根据方程 (5) 设计的变换材料。我们发现模拟的等温线不仅有和其相应物体相同的形状，同时从物体扩展至了环境，由此产生了这六个物体期望的热超成像。

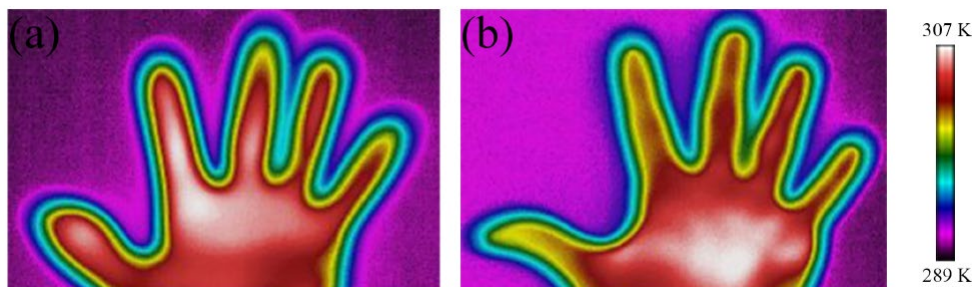


六个不同形状的物体在环境中的模拟结果。物体由中间 313K 的热源来表示，冷源由 273K 的环境来表示，在热源和环境中间是我们设计的变换材料，它们热导率由方程 (5) 决定，其中 κ_0 为 $1\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。所有的热源都根据方程 (7) 进行变换。冷源的尺寸是热源尺寸的五倍。等温线由白线表示。在 (a-f) 中，单位长度的笛卡尔坐标系的原点建立在中心，x 和 y 轴分别沿着水平和垂直方向。(a) 展示了方形热源在边长为 8.2cm 的方形模拟区域内；(b) 为三角形热源在一个边长为 10.0cm 的三角形模拟区域内；(c) 为五角形热源在边长为 4.2cm 的五角形模拟区域内；(d) 为人脸形的热源的模拟。冷源由长轴为 2.9cm、短轴为 1.9cm 的椭圆和半径为 1.1cm，圆心在 $(\pm 1.3, 0)$ ；(e) 为小狗形状热源的模拟。冷源可以看作是一下坐标点的连线： $(3.5, 0)$ ， $(4.8, 1.2)$ ， $(0, 1.2)$ ， $(-1.8, 4.4)$ ， $(-3, 2.8)$ ， $(-4.6, 2.4)$ ， $(-2.4, 1.1)$ ， $(-2.4, -3.2)$ ， $(0, -0.8)$ 和 $(4.8, -3.2)$ ；(f) 为大炮形状热源的模拟。冷源可以看作是一下坐标点的连线： $(3.8, 1.3)$ ， $(1.3, 1.3)$ ， $(3.2, 4.6)$ ， $(1.3, 5.7)$ ， $(-1.3, 1.3)$ ， $(-3.8, 1.3)$ ， $(-3.8, -1.3)$ 和 $(3.8, -1.3)$ 。

图 4. 热超成像模拟

这里，我们附加一些评论。在图 4 中的六个形状每个都互不相同。这个事实表明：沿着这个方法，我们可以设计任意形状的物体的热超成像。

最后我们对热超成像做了一个实际用途展示。在图 5 中，(a) 是导热硅胶经过人工设计后的热成像图。(b) 是真手的热成像。可以发现，两者的差异非常之小，足以用来以假乱真，迷惑红外探测。



(a) 为导热硅胶经过人工设计的假手的热成像图案；(b) 为真手的热成像图案

图 5. 热超成像应用

5. 总结

总之，我们构造出了一套与热源相关的变换理论，它能被用来设计任意形状物体的热超成像。这种热超成像具有潜在的应用，即迷惑红外探测、精准控温。我们提出的方案也可以延伸至其他物理场。例如电场，在电场中电荷扮演着和热源在热场中相同的地位。

参考文献

- [1] H. Y. Chen, C. T. Chan, and P. Sheng. Transformation optics and metamaterials [J]. *Nature Materials*, 2010, 9(5):387-396.
- [2] C. Z. Fan, Y. Gao, and J. P. Huang. Shaped graded materials with an apparent negative thermal conductivity [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2008, 92(25):251907.
- [3] S. Narayana and Y. Sato. Heat flux manipulation with engineered thermal materials [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2012, 108(21):2010-2014.
- [4] S. Guenneau, C. Amra, and D. Veynante. Transformation thermodynamics: Cloaking and concentrating heat flux [J]. *Opt. Express.*, 2012, 20(7):8207-8218.
- [5] R. Schittny, M. Kadic, S. Guenneau, et al. Experiments on transformation thermodynamics: Molding the flow of heat [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2012, 110(19):195901.
- [6] T. C. Han, T. Yuan, B. W. Li, et al. Homogeneous thermal cloak with constant conductivity and tunable heat localization [J]. *Sci. Rep.*, 2013, 3(4):1593.
- [7] H. Y. Xu, X. H. Shi, F. Gao, et al. Ultrathin three-dimensional thermal cloak [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2014, 112(5):054301.
- [8] T. C. Han, X. Bai, D. L. Gao, et al. Experimental demonstration of a bilayer thermal cloak [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2014, 112(5):054302.
- [9] Y. G. Ma, Y. C. Liu, M. Raza, et al. Experimental demonstration of a multiphysics cloak: Manipulating heat flux and electric current simultaneously [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2014, 113(20):205501.
- [10] M. Maldovan. Sound and heat revolutions in phononics [J]. *Nature*, 2013, 503(7475):209.
- [11] T. C. Han, X. Bai, D. Liu, et al. Manipulating steady heat conduction by sensu-shaped thermal metamaterials [J]. *Sci. Rep.*, 2014, 5:10242.
- [12] X. Y. Shen, Y. Li, C. R. Jiang, et al. Thermal cloak-concentrator [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2016, 109(3):031907.
- [13] T. C. Han, X. Bai, J. T. L. Thong, et al. Full control and manipulation of heat signatures: Cloaking, camouflage and thermal metamaterials [J]. *Adv. Mater.*, 2014, 26(11):1731.
- [14] Y. Li, X. Y. Shen, Z. H. Wu, et al. Temperature-dependent transformation thermotics: From

- switchable thermal cloaks to macroscopic thermaldiods [J]. Phys. Rev. Lett.,2015, 115(19):195503.
- [15] X. Y. Shen, Y. Li, C. R. Jiang, et al. Temperature trapping: Energy-free maintenance of constant temperatures as ambient temperature gradients change [J], Phys. Rev. Lett.,2016, 117(5):055501.
- [16] Y. C. Liu, F. Sun, and S. L. He. Novel thermal lens for remote heating/cooling designed withtransformation optics [J]. Opt. Express.,2016, 20(1418 7):5683-5692.
- [17] L. Shen, B. Zheng, Z. Z. Liu, et al.Large-scale far-infrared invisibility cloak hiding object from thermal detection [J]. Adv. Optical.Mater.,2016, 3(12):1738-1742.
- [18] K. P. Vemuri and P. R. Bandaru. Geometrical considerations in the control and manipulationof conductive heat flux in multilayered thermal metamaterials [J]. Appl. Phys. Lett.,2013, 103(13):74504.
- [19] T. Z. Yang, K. P. Vemuri, and P. R. Bandaru. Experimental evidence for the bending of heatflux in a thermal metamaterial [J], Appl. Phys. Lett.,2014, 105(8):083908.
- [20] X. He and L. Z. Wu. Thermal transparency with the concept of neutral inclusion [J]. Phys. Rev.E.,2013, 88(3):033201.
- [21] L. W. Zeng and R. X. Song. Experimental observation of heat transparency [J]. Appl. Phys. Lett.,2014, 104(20):201905.
- [22] K. P. Vemuri and P. R. Bandaru. Anomalous refraction of heat flux in thermal metamaterials [J].Appl. Phys. Lett.,2014, 104(8):549.
- [23] K. P. Vemuri, F. M. Canbazoglu, and P. R. Bandaru. Guiding conductive heat flux through thermal metamaterials [J]. Appl. Phys. Lett.,2014, 105(19):193904.
- [24] J. P. Huang and K. W. Yu. Enhanced nonlinear optical responses of materials: Composite effects [J]. Phys. Rep.,2006, 431(42):87-172.

致谢：感谢黄吉平老师对本课题的指导，黄老师严谨的学术态度和细致的谆谆教导对本课题的完成至关重要。同时，也感谢蒋超然学长对实验的指导与帮助，学长精湛的实验技能为本课题的顺利推进起到了重要的作用。