

利用 Cygnus X-1 的反射光谱检验广义相对论

刘鸿辉¹

指导教师: Cosimo Bambi¹

(1. 复旦大学物理学系)

摘要: 本工作分析了 NuSTAR 卫星对大质量 X 射线双星 (High Mass X-ray Binary, HMXB) 系统 Cygnus X-1 的两次观测数据, 通过检验 Kerr 度规的方式来检验广义相对论。我们向 Kerr 度规引入了变形参数 α_{13} 以及 α_{22} , 并通过分析 Cygnus X-1 的 X 射线反射光谱得到了变形参数的限制范围。最终的结果显示变形参数在 99% 的置信区间内能够回到 Kerr 度规。我们的结论是本次检验证明了此黑洞周围的时空是由 Kerr 度规描述的。我们进一步分析了高质量双星系统光谱的复杂性以及模型中做的一些假设对此检验的影响。这也为我们今后如何选择合适的 X 射线源来进行这类检验提供了思路。

关键词: 广义相对论; X 射线反射光谱; Cygnus X-1;

A test of general relativity with reflection spectrum of Cygnus X-1

Liu Honghui¹, Cosimo Bambi¹

(1. Department of Physics, Fudan University)

Abstract: In this work, we analysed data from two NuSTAR observations of the High-mass X-Ray Binary (HMXB) system Cygnus X-1 to test general relativity by testing Kerr metric. We used a parameterized Kerr metric and constrained the introduced deformation parameter α_{13} and α_{22} . The result shows that both deformation parameters can recover Kerr. We conclude that the spacetime around the black hole in Cygnus X-1 is described by Kerr metric. Furtherly, we emphasize how the complexity of HMXB system and simplifications in the model can affect the constraints of deformation parameters. This work also shined light on how to choose the right source for this kind of test.

Key words: general relativity; X-Ray reflection spectroscopy; Cygnus X-1;

1 引言

1.1 背景

爱因斯坦于一个多世纪以前提出了著名的广义相对论理论。此理论目前仍然是现代物理

学的基石之一。广义相对论已经在弱引力场条件下经受了大量的检验，这些检验包括太阳系内广义相对论效应的测量以及对脉冲双星（Binary Pulsars）的轨道衰减的测量[1]。这些测量的结果与广义相对论的预测相吻合。但是，此理论在强引力场下的有效性还没有得到强有力的检验。目前也有一些引力理论能在弱引力场下做出和广义相对论相同的预测，但是在强引力场下表现出明显的偏差。所以，在强引力场下检验广义相对论也成为了目前的热点问题。

黑洞作为能够提供宇宙中最强引力场的天体，是进行这类强引力场检验的天然候选体。黑洞的吸积盘是它从周围环境吞噬物质时形成的盘状结构。通过分析来自吸积盘的光谱我们可以得到关于黑洞周围时空的信息。

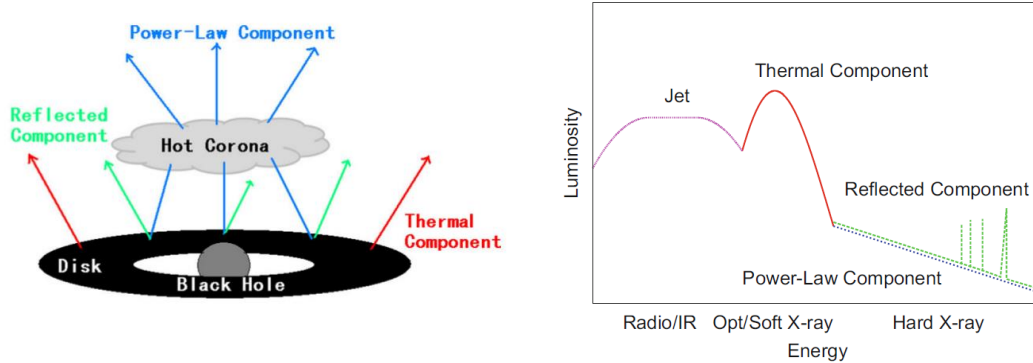
1.2 反射光谱模型

在标准的广义相对论理论框架下，一个不带电的自旋黑洞周围的时空 (spacetime) 是由 Kerr 解描述的。Kerr 解中只含有黑洞的两个基本属性：质量M和自旋角动量J。Kerr 度规如（1）式所示：

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2Mr}{\Sigma}\right)dt^2 - \frac{4Mar \sin^2 \theta}{\Sigma}dtd\phi + \frac{\Sigma}{\Delta}dt^2 + \Sigma d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{2a^2Mr \sin^2 \theta}{\Sigma}\right)\sin^2 \theta d\phi^2 \quad (1)$$

其中 $\Sigma = r^2 + a^2 \cos^2 \theta$, $\Delta = r^2 - 2Mr + a^2$, $a = J/M$, J是黑洞的自旋角动量。

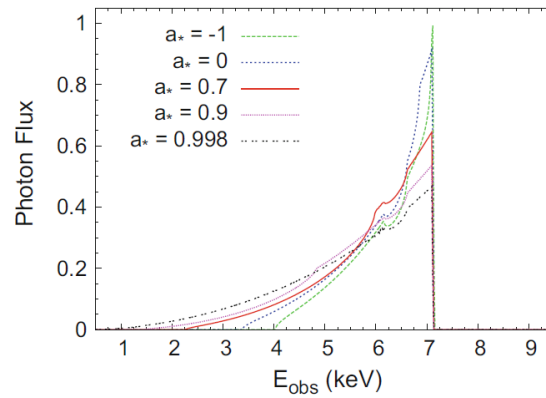
在处理黑洞吸积盘光谱的不同组分时，人们通常会考虑电晕-吸积盘的几何模型，如图一的左图所示。黑洞位于圆环状吸积盘的中心，吸积盘被认为是光学厚几何薄的，在黑洞的正上方还有一团热电子气体。如图一的右图所示，当我们观测这个系统时，会发现其光谱主要有三种成分。第一种成分是黑洞吸积盘的黑体辐射，当只考虑吸积盘上的某个点时，这一部分只是一个单温度的黑体辐射，实际观测到的应当是一个具有一定温度分布的吸积盘的黑体辐射。黑体辐射的光子照射到电子气上，由于反康普顿效应，电子气会辐射出呈幂律分布的幂律光谱，这就是第二种成分。最后一种在此课题中最重要的成分是吸积盘的反射成分。一部分从电子气发出的辐射会被吸积盘反射，由于入射光子与吸积盘上各种元素的电子相互作用，所以反射谱中包含着很多元素的特征发射谱线。这些谱线在相对论效应（多普勒效应、引力红移效应、光线弯曲效应）的作用下被展宽[2]，这种展宽效应在吸积盘靠近黑洞的内层部分表现得更加明显。



图一：电晕-吸积盘的几何模型（左图，图片来源于 [3]），黑洞处于光学厚几何薄的吸积盘中心位置。黑

洞的 X 射线光谱（右图，图片来源[4]）

铁元素的 K_{α} 发射线在这些荧光发射谱线中是最强的，在很多黑洞吸积盘的光谱中都能看到这条谱线的特征[5]。被展宽的铁元素 K_{α} 发射线包含着很多黑洞附近时空性质的信息，所以此特征已经成为了研究黑洞系统附近的相对论效应的重要方法。图二中展示了黑洞的自旋参数对铁 K_{α} 发射线的展宽以及形状的影响，从中可以明显看出不同的自旋对应着不同的展宽和形状，这也是为什么利用观测到的这条谱线的特征，我们可以通过拟合反推出黑洞的自旋参数，其它的与黑洞系统相关的参数也可以用同样的方法测量。我们称这种方法为铁线法(iron line method)。



图二：黑洞自旋参数对铁发射线展宽以及形状的影响（图片来源[3]）。除了自旋参数外，其它需要的参数都设为固定值，请在参考文献中了解更多的细节。

以 Kerr 度规为基础，目前世界上最先进的描述黑洞吸积盘反射光谱的模型是 RELXILL[6]。为了检验广义相对论，这个模型已经被拓展成了 RELXILL_NK[7]。RELXILL_NK 模型多引入了一些参数用来描述与 Kerr 度规的偏离，实际上，用来构建 RELXILL_NK 的度规是由 Johannsen[8]首先提出的。Johannsen 的度规向 Kerr 度规中引入了无穷多参数以描述可能的偏离，其中一些参数已经由太阳系内的测量很好地约束在 0 附近。在此课题中，我们研究了其中对铁线形状影响最大的两个参数，最终我们所研究的度规如（2）式所示：

$$ds^2 = -\frac{\Sigma \left(1 - \frac{2Mr}{\Sigma}\right)}{B^2} dt^2 - \frac{2a[(r^2 + a^2)A_1 A_2 - \Delta]\Sigma \sin^2 \theta}{B^2} dt d\phi + \frac{\Sigma}{\Delta} dr^2 + \Sigma d\theta^2 + \frac{[(r^2 + a^2)A_1^2 - a^2 \Delta \sin^2 \theta]\Sigma \sin^2 \theta}{B^2} d\phi^2 \quad (2)$$

其中 $a = J/M$, $B = (r^2 + a^2)A_1 - a^2 A_2 \sin^2 \theta$, $\Sigma = r^2 + a^2 \cos^2 \theta$, $\Delta = r^2 - 2Mr + a^2$, 并且有：

$$A_1 = 1 + \alpha_{13} \left(\frac{M}{r}\right)^3, A_2 = 1 + \alpha_{22} \left(\frac{M}{r}\right)^2$$

当 $\alpha_{13} = \alpha_{22} = 0$ 时，此度规退回到 Kerr 度规。

1.3 研究对象

Cygnus X-1 是一个大质量 X 射线双星系统，它是第一批人类观测到的 X 射线源之一[9]，也是目前被研究得最多的 X 射线源之一。根据最近的测量，此系统据地球的距离为 $1.86^{+0.12}_{-0.11}$ kpc。

kpc [10]，它包含一个质量为 $14.8 \pm 0.1 M_{\odot}$ 的黑洞和一颗质量为 $19.2 \pm 1.9 M_{\odot}$ 的伴星 [11]。近些年来，在 Kerr 度规的基础上，通过连续光谱拟合 [12, 13] 以及反射光谱拟合 [14, 15, 16, 17] 的方法，此系统中的黑洞已被确认为具有高自旋（接近 1）。2016 年，Walton [17] 利用对 Cygnus X-1 四段观测数据进行分析，得到其黑洞的自旋参数在 0.93 到 0.96 之间。高自旋的特征对于使用 iron line method 来说是十分有利的，因为此时谱线的展宽更大。

2 观测数据及校准

2012 年至 2014 年，NuSTAR [18] 对处于 soft 状态的 Cygnus X-1 系统进行了四次观测，关于这些观测的其它信息已经列于表一中。在表一中的第一列（轨道相位）代表的是黑洞、伴星以及观测者之间的相对位置，其中 0.5 代表着黑洞正好处于观测者和伴星之间，可以预料到此时伴星对黑洞光谱的吸收程度最小。而 0 和 1 代表恒星伴星处于黑洞和观测者之间，此时黑洞吸积盘的光谱会受到来自恒星的很大的影响，所以我们没有采用第二次和第三次观测的数据。

我们校准了 NuSTAR 的两个仪器（FPMA, FPMB）的数据。校准所用的软件为 6.22 版本的 High Energy Astrophysics Software (HEASOFT)，校准文件由 NuSTAR 的负责团队提供，版本号为 20180419。

表一: NuSTAR 对处于 soft 状态的 Cygnus X-1 的几次观测

Orbital Phase	OBS ID	Start Date	Exposure Time (ks)
0.26-0.37	00001011001	2012-07-02	14.4
	00001011002		5.2
0.97-0.09	10002003001	2012-07-06	12.5
0.85-0.09	30001011002	2012-10-31	11.0
	30001011003		5.7
	10014001001		4.6
0.46-0.59	30001011009	2014-10-14	22.6

3 光谱分析

我们使用 v12.0.0c 版本的 XSPEC [19] 软件来进行光谱分析。我们建立了如下反射光谱模型来进行分析：

$$\text{XSTAR} * \text{TBABS} * (\text{CUTOFFPL} + \text{DISKBB} + \text{GAUSS} + \text{RELCONV_NK} * \text{GSMOOTH} * \text{XILLVER})$$

下面我们将逐一介绍这里使用的模型。XSTAR 是一个描述双星系统内的星风对光谱的吸收效应的模型，这些星风的来源是黑洞的大质量伴星。星风弥漫在双星系统内，是黑洞吸积物质的主要来源。我们使用的 XSTAR 模型与文献 [15, 17] 中使用的保持一致，模型中的自由参数是吸收物质的数密度 (N_H)，吸收物质的电离化参数 ($r \log(\xi)$) 以及星风的多普勒红移 (z)。TBABS 描述的是 Cygnus X-1 到地球之间的星际分子对光谱的吸收。此模型中只有

一个参数即吸收物质的分子数密度，通常情况下此参数可以通过其它的方法进行测量，这里我们把它固定在对于 Cygnus X-1 的经典值($6.0 \times 10^{21} \text{cm}^{-2}$)。CUTOFFPL 是 1.2 节中介绍的来自热电子气体的幂律谱成分，这里我们采用的是一个带指数截断的幂律谱，其截断温度 (E_{cut}) 是一个可以拟合的自由参数且和热电子气体的温度相关。DISKBB 描述了来自吸积盘的热黑体辐射成分，其自由参数是吸积盘最内层的温度(T_{in})。GAUSS 模型是一个简单的高斯函数，它描述的是来自星风的铁元素 K_{α} 发射线，由于星风离黑洞较远，所以可以忽略这部分发射线的相对论效应。XILLVER 描述的是被辐射照亮的静止吸积盘的反射光谱，其主要的自由参数是铁元素丰度 (A_{Fe} ，以太阳的铁元素丰度为单位) 以及吸积盘的电离化参数 ($\log(\xi)$)。模型 RELCONV_NK 的作用是将相对论效应作用在 XILLVER 上。这里我们采用的是利用 Johannsen 度规拓展过的 RELCONV 模型，其主要的自由参数是黑洞的自旋(a_*)，观测角度 (i)，变形参数 (α_{13}) 以及入射辐射在吸积盘上的强度分布 (intensity profile)。对于强度分布，此模型考虑的是一个分段幂律函数，即当半径小于某一个阈值 (R_{br}) 时，强度分布的幂指数为 q_{in} ($I(R) \propto R^{q_{\text{in}}}$)，当大于此阈值时则采用幂指数 q_{out} 。在牛顿极限下一个点状发射源的 $q_{\text{out}} = 3$ 。由于 XILLVER 模型是为温度较低 ($\sim 10 \text{eV}$) 的吸积盘计算的反射谱模型，描述活动星系核 (Active Galactic Nuclei, AGN) 的吸积盘更适当，X 射线双星系统的吸积盘温度通常更高 ($\sim 500 \text{eV}$)，这也意味着如果仍然只用 XILLVER 会低估高温给铁线带来的康普顿展宽。为了引入这部分康普顿展宽的作用，我们在使用 RELCONV_NK 模型之前先将 GSMOOTH 模型作用在 XILLVER 上。这也是为什么我们没有直接用 RELXILL_NK 模型，而是使用了它的替代品 RELCONV_NK*GSMOOTH*XILLVER，直接使用 RELXILL_NK 模型无法引入这部分额外的展宽作用。

根据我们之前的工作[20]，良好地描述入射辐射强度在吸积盘上的分布情况对得到变形参数合理的约束非常重要。所以我们在分段幂律的基础上尝试了三种不同的强度分布：幂律分布 ($q_{\text{in}} = q_{\text{out}}$)， $q_{\text{out}} = 3$ 的分段幂律分布 (经典极限) 以及 q_{in} 和 q_{out} 都自由的分段幂律分布。我们采用 χ^2 拟合检验法 (Pearson 卡方拟合检验法) 来估计拟合的好坏，两次观测得到的光谱数据自由度都为 2000 左右。我们发现 $q_{\text{out}} = 3$ 的分段幂律分布给出的拟合明显好于幂律分布 (多一个自由参数， $\Delta\chi^2 < -40$)。同时我们也发现，相对于 $q_{\text{out}} = 3$ 的分段幂律分布， q_{in} 和 q_{out} 都自由的分段幂律分布是没有必要的 (多一个自由度， $\Delta\chi^2 \sim -3$)。因此，我们认为描述 Cygnus X-1 吸积盘上入射辐射强度的最恰当模型是 $q_{\text{out}} = 3$ 的分段幂律分布模型，这不但与致密点状发射源的预测向吻合[21]，与前人对此系统的研究结果也是一致的 [15,17]。

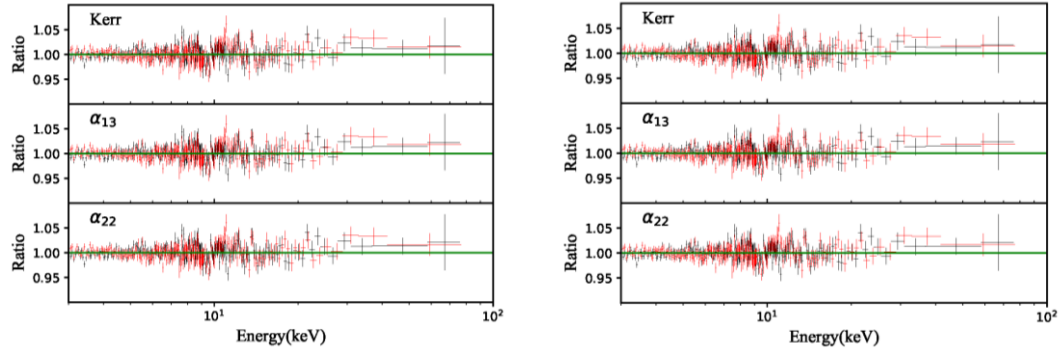
此最恰当模型给出的所有自由参数的最佳拟合以及误差已列于表二中。可以看到，在 Kerr 的情况下，我们再一次发现处于 Cygnus X-1 系统内的这颗黑洞拥有极高的自旋 ($a_* \sim 0.95$)，这个结果重复了前人研究的结论，也证明我们数据校准的过程没有带来太大的偏差。最佳拟合模型与观测数据之间的比值显示于图三中，可以看到此比值在 1 附近波动且

没有留下明显的未被拟合的特征。这也说明模型与数据非常契合。

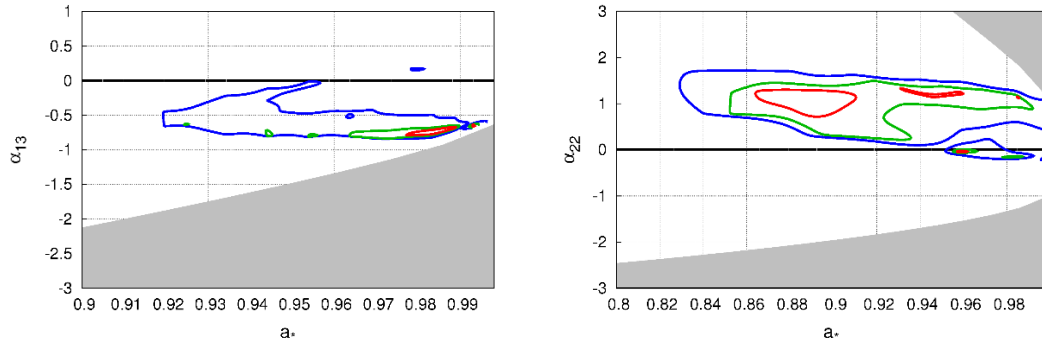
得到最佳拟合后，我们采用计算 $\Delta\chi^2$ 的方法画出了自旋参数 a_* 与变形参数 α_{13}, α_{22} 之间的置信度等高线（如图四、五）。图四与图五中的蓝线代表 99% 的置信度，即黑洞的真实参数落在蓝线以外区域的概率只有 1%。从图中可以看出，虽然最佳拟合偏离了 Kerr 解，但是在 99% 的置信度区间内，两次观测数据给出的变形参数的限制范围都包括了 0。虽然这几个等高线都只在边缘上回归了 0，但我们认为这可能是由于参数空间过于复杂，XSPEC 软件无法找到正确的 $\Delta\chi^2$ 。为此我们针对使用变形参数 α_{13} 的模型进行了蒙特卡洛模拟。我们初始化了 100 条马尔可夫链，每条链包含一百五十万步（大约 15 倍的自关联长度），其中前五万步被作为热化阶段。通过此蒙特卡洛模拟得到的置信度等高线见图六。可以看到图六中的置信区域比图四、五中对应的区域大。这是符合预期的，也证明的 XSPEC 寻找正确的 $\Delta\chi^2$ 的能力的局限性。

表二：每个模型的最佳拟合参数

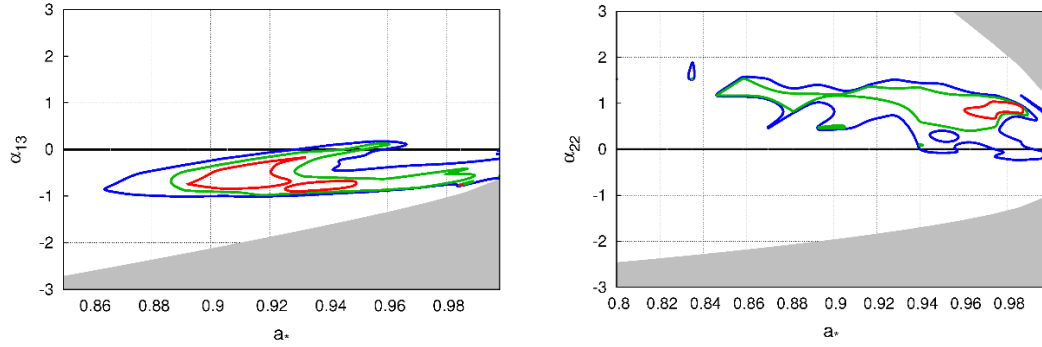
Epoch	1			4		
Model	Kerr	α_{13}	α_{22}	Kerr	α_{13}	α_{22}
TBABS nH/10 ²¹ cm ²	6.0*	6.0*	6.0*	6.0*	6.0*	6.0*
XSTAR nH/10 ²² cm ²	4.7 ^{+0.9} _{-1.2}	4.1 ^{+0.9} _{-1.1}	4.4 ^{+0.6} _{-0.8}	9.6 ^{+1.3} _{-1.3}	9.2 ^{+1.1} _{-1.3}	9.2 ^{+1.1} _{-1.4}
log ξ	> 3.75	> 3.5	> 3.81	3.10 ^{+0.14} _{-0.11}	3.09 ^{+0.15} _{-0.08}	3.10 ^{+0.10} _{-0.08}
$v_{out}/(km\ s^{-1})$	< 2700	< 2100	< 1800	< 600	< 600	< 600
CUTOFFPL						
Γ	2.725 ^{+0.019} _{-0.023}	2.735 ^{+0.008} _{-0.020}	2.733 ^{+0.001} _{-0.008}	2.540 ^{+0.018} _{-0.03}	2.548 ^{+0.024} _{-0.012}	2.546 ^{+0.025} _{-0.016}
E_{cut}/keV	> 593	> 840	> 905	184 ⁺³² ₋₁₅	184 ⁺²¹ ₋₂₂	206 ⁺¹⁴ ₋₁₃
norm	5.5 ^{+0.4} _{-0.4}	5.7 ^{+0.3} _{-0.5}	5.71 ^{+0.05} _{-0.021}	5.01 ^{+0.17} _{-0.21}	5.18 ^{+0.3} _{-0.13}	4.89 ^{+0.3} _{-0.27}
DISKBB						
Tin/keV	0.411 ^{+0.015} _{-0.018}	0.437 ^{+0.006} _{-0.008}	0.439 ^{+0.024} _{-0.005}	0.470 ^{+0.013} _{-0.022}	0.469 ^{+0.03} _{-0.026}	0.430 ^{+0.019} _{-0.028}
norm/10 ⁴	6.7 ^{+3.0} _{-1.5}	7.3 ^{+2.6} _{-1.7}	2.9 ^{+0.8} _{-0.18}	3.0 ^{+1.1} _{-0.6}	3.0 ^{+0.4} _{-0.8}	5.4 ^{+3.0} _{-0.7}
RELCONV_NK						
q_1	7.8 ^{+1.3} _{-1.0}	4.3 ^{+1.8} _{-0.4}	5.05 ^{+0.04} _{-0.4}	> 7.9	> 8.8	> 7.8
Rbr	3.25 ^{+0.26} _{-0.22}	3.3 ^{+1.0} _{-0.7}	2.596 ^{+0.19} _{-0.024}	2.63 ^{+0.14} _{-0.06}	2.19 ^{+0.27} _{-0.23}	2.02 ^{+0.24} _{-0.15}
a_*	0.951 ^{+0.009} _{-0.012}	0.989 ^{+0.003} _{-0.014}	> 0.997	0.945 ^{+0.022} _{-0.009}	0.924 ^{+0.027} _{-0.03}	0.988 ^{+0.005} _{-0.012}
i [deg]	41.8 ^{+0.8} _{-0.7}	43.3 ^{+1.1} _{-1.0}	42.7 ^{+0.3} _{-0.3}	39.8 ^{+0.5} _{-0.9}	41.0 ^{+0.4} _{-0.4}	41.0 ^{+0.4} _{-0.5}
α_{13}	0*	-0.79 ^{+0.09} _{-0.08}	0*	0*	-0.40 ^{+0.3} _{-0.23}	—
α_{22}	0*	0*	0.95 ^{+0.04} _{-0.05}	0*	0*	0.5 ^{+0.4} _{-0.5}
XILLVER						
A_{Fe}	4.2 ^{+0.4} _{-0.4}	4.31 ^{+0.21} _{-0.4}	4.31 ^{+0.05} _{-0.4}	3.9 ^{+0.3} _{-0.3}	4.04 ^{+0.4} _{-0.27}	4.5 ^{+0.5} _{-0.4}
log ξ	4.06 ^{+0.08} _{-0.05}	4.030 ^{+0.012} _{-0.013}	4.037 ^{+0.005} _{-0.05}	3.88 ^{+0.05} _{-0.03}	3.828 ^{+0.027} _{-0.04}	3.98 ^{+0.04} _{-0.03}
norm/10 ⁻²	0.115 ^{+0.016} _{-0.013}	0.126 ^{+0.021} _{-0.008}	0.123 ^{+0.0008} _{-0.010}	0.066 ^{+0.005} _{-0.006}	0.069 ^{+0.010} _{-0.008}	0.092 ^{+0.029} _{-0.004}
GAUSSIAN						
norm/10 ⁻⁴	5.9 ^{+2.8} _{-3.0}	7.0 ^{+2.1} _{-1.3}	5.9 ^{+1.3} _{-1.3}	12 ⁺² ₋₂	12.7 ^{+1.8} _{-2.4}	12.2 ^{+1.9} _{-1.5}
χ^2/dof	1.07324	1.07089	1.07348	1.09076	1.08991	1.08966



图三：最佳拟合模型与数据之间的比值（左图：epoch 1，右图：epoch 4）。可以看出在整个能量区域内没有明显的未拟合的特征。



图四：epoch 1 数据给出的自旋参数 a_* 与变形参数之间的置信度等高线，期中红、绿、蓝三种颜色分别代表 68%，90%，99%的置信度。灰色区域代表物理上禁止的区域。



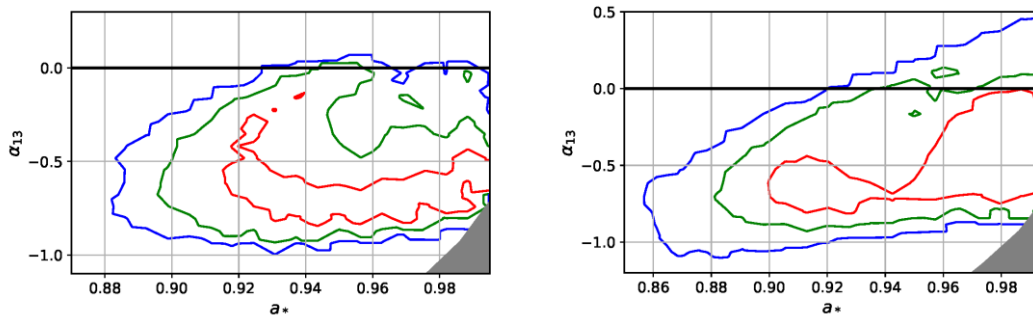
图五：epoch 4 数据给出的自旋参数 a_* 与变形参数之间的置信度等高线，期中红、绿、蓝三种颜色分别代表 68%，90%，99%的置信度。灰色区域代表物理上禁止的区域。

4 结论

本课题通过分析 Cygnus X-1 中恒星级黑洞的吸积盘的反射光谱得到了描述此黑洞周围时空性质的重要参数（自旋参数 a_* ，变形参数 α_{13} ， α_{22} ）的约束。我们发现，当设置 $\alpha_{22} = 0$ 时，两次观测数据都表明 α_{13} 在 99%的置信度区间内能回到 0（图四、五的左图以及图六）。当设置 $\alpha_{13} = 0$ 时，对 α_{22} 可以得到相同结果。由于当变形参数 $\alpha_{13} = \alpha_{22} = 0$ 时，此黑洞周围的时空可以被认为是由 Kerr 度规描述，我们的结果说明 Kerr 度规足以描述此黑洞周围的时空，引入额外的变形参数是不必要的。这也说明广义相对论在强引力场下仍然是有效的。

最后，要注意的是这里给出的所有误差都是假设模型正确的情况下的统计误差。由于高

质量 X 射线双星系统的复杂性，模型本身做的一些假设可能是不合理的，这也是为什么我们得到的对参数的约束并不强（置信区间很宽）。为了得到更强的约束，我们今后可以在以下几个方面继续改进。一是要找到更合适的方法模拟星风对光谱的吸收，当然由于吸收效应主要影响低能段（ $\sim 1\text{keV}$ ）的光谱，良好的对吸收效应的模拟也需要更低能段的观测数据的支持。第二是要构造能适用于热吸积盘的 XILLVER 模型，GSMOOTH 毕竟只是一个现象学模型，并没有仔细考虑热吸积盘导致康普顿展宽的具体的物理过程。最后是要对入射吸积盘辐射的强度分布做更好的模拟，目前世界上所有模型在这一点上都采用现象学的模拟，这是因为对此分布的精确描述需要知道热电子气体的组成、几何形状以及距黑洞距离等信息。这些需要预知的信息按目前的观测条件是无法得到的。研究热电子气体的形状及形成原因本身就是一个极富挑战性的课题。



图六：通过蒙特卡洛模拟得到的自旋参数 a_* 与变形参数 α_{13} 之间的置信度等高线（左图：epoch 1，右图：epoch 4）

参考文献

- [1] Will C M. The confrontation between general relativity and experiment[J]. Living reviews in relativity, 2014, 17(1): 4.
- [2] Fabian A C, Rees M J, Stella L, et al. X-ray fluorescence from the inner disc in Cygnus X-1[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1989, 238(3): 729-736.
- [3] Bambi C. Black holes: a laboratory for testing strong gravity[M]. Singapore: Springer, 2017.
- [4] Bambi C. Testing black hole candidates with electromagnetic radiation[J]. Reviews of Modern Physics, 2017, 89(2): 025001.
- [5] Duro R, Dauser T, Wilms J, et al. The broad iron $K\alpha$ line of Cygnus X-1 as seen by XMM-Newton in the EPIC-pn modified timing mode[J]. Astronomy & Astrophysics, 2011, 533: L3.
- [6] García J, Dauser T, Lohfink A, et al. Improved reflection models of black hole accretion disks: treating the angular distribution of X-rays[J]. The Astrophysical Journal, 2014, 782(2): 76.
- [7] Bambi C, Cárdenas-Avendaño A, Dauser T, et al. Testing the Kerr black hole hypothesis using X-ray reflection spectroscopy[J]. The Astrophysical Journal, 2017, 842(2): 76.
- [8] Johannsen T. Regular black hole metric with three constants of motion[J]. Physical Review D,

2013, 88(4): 044002.

[9] Bowyer S, Byram E T, Chubb T A, et al. Cosmic X-ray sources[J]. Science, 1965, 147(3656): 394-398.

[10] Reid M J, McClintock J E, Narayan R, et al. The trigonometric parallax of Cygnus X-1[J]. The Astrophysical Journal, 2011, 742(2): 83.

[11] Orosz J A, McClintock J E, Aufdenberg J P, et al. The mass of the black hole in Cygnus X-1[J]. The Astrophysical Journal, 2011, 742(2): 84.

[12] Gou L, McClintock J E, Reid M J, et al. The extreme spin of the black hole in Cygnus X-1[J]. The Astrophysical Journal, 2011, 742(2): 85.

[13] Gou L, McClintock J E, Remillard R A, et al. Confirmation via the continuum-fitting method that the spin of the black hole in Cygnus X-1 is extreme[J]. The Astrophysical Journal, 2014, 790(1): 29.

[14] Fabian A C, Wilkins D R, Miller J M, et al. On the determination of the spin of the black hole in Cyg X-1 from X-ray reflection spectra[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2012, 424(1): 217-223.

[15] Tomsick J A, Nowak M A, Parker M, et al. The reflection component from Cygnus X-1 in the soft state measured by NuSTAR and Suzaku[J]. The Astrophysical Journal, 2013, 780(1): 78.

[16] Parker M L, Tomsick J A, Miller J M, et al. NuSTAR and Suzaku observations of the hard state in Cygnus X-1: locating the inner accretion disk[J]. The Astrophysical Journal, 2015, 808(1): 9.

[17] Walton D J, Tomsick J A, Madsen K K, et al. The soft state of Cygnus X-1 observed with NuSTAR: a variable corona and a stable inner disk[J]. The Astrophysical Journal, 2016, 826(1): 87.

[18] Harrison F A, Craig W W, Christensen F E, et al. The nuclear spectroscopic telescope array (NuSTAR) high-energy X-ray mission[J]. The Astrophysical Journal, 2013, 770(2): 103.

[19] Arnaud K A. XSPEC: The first ten years[C]//Astronomical Data Analysis Software and Systems V. 1996, 101: 17.

[20] Xu Y, Nampalliwar S, Abdikamalov A B, et al. A study of the strong gravity region of the black hole in GS 1354–645[J]. The Astrophysical Journal, 2018, 865(2): 134.

[21] Dauser T, Garcia J, Wilms J, et al. Irradiation of an accretion disc by a jet: general properties and implications for spin measurements of black holes[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2013, 430(3): 1694-1708.

后记(致谢): 感谢指导老师 Cosimo Bambi 对我的指导; 感谢 Dominic Walton 提供给我们 XSTAR 模型; 感谢 Javier Garcia 提供了很多有用的建议; 感谢课题组的各位同学对我的悉心帮助。