基础学科拔尖学生培养计划配套教材
—— 数学专业系列

数学分析
（上册）

复旦大学数学科学学院
楼红卫 编著

中国教育出版传媒集团
高等教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

数学分析. 上册 / 楼红卫编著. -- 北京：高等教育出版社，2022.8
ISBN 978-7-04-058873-6

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①楼… Ⅲ. ①数学分析－高等学校－教材 Ⅳ. ①O17

中国版本图书馆CIP数据核字（2022）第106040号

SHUXUE FENXI

项目策划 李 蕊 兰莹莹
策划编辑 高 旭
责任编辑 高 旭
封面设计 王凌波
版式设计 王凌波
责任绘图 邓 超
责任校对 高 歌
责任印制 赵义民

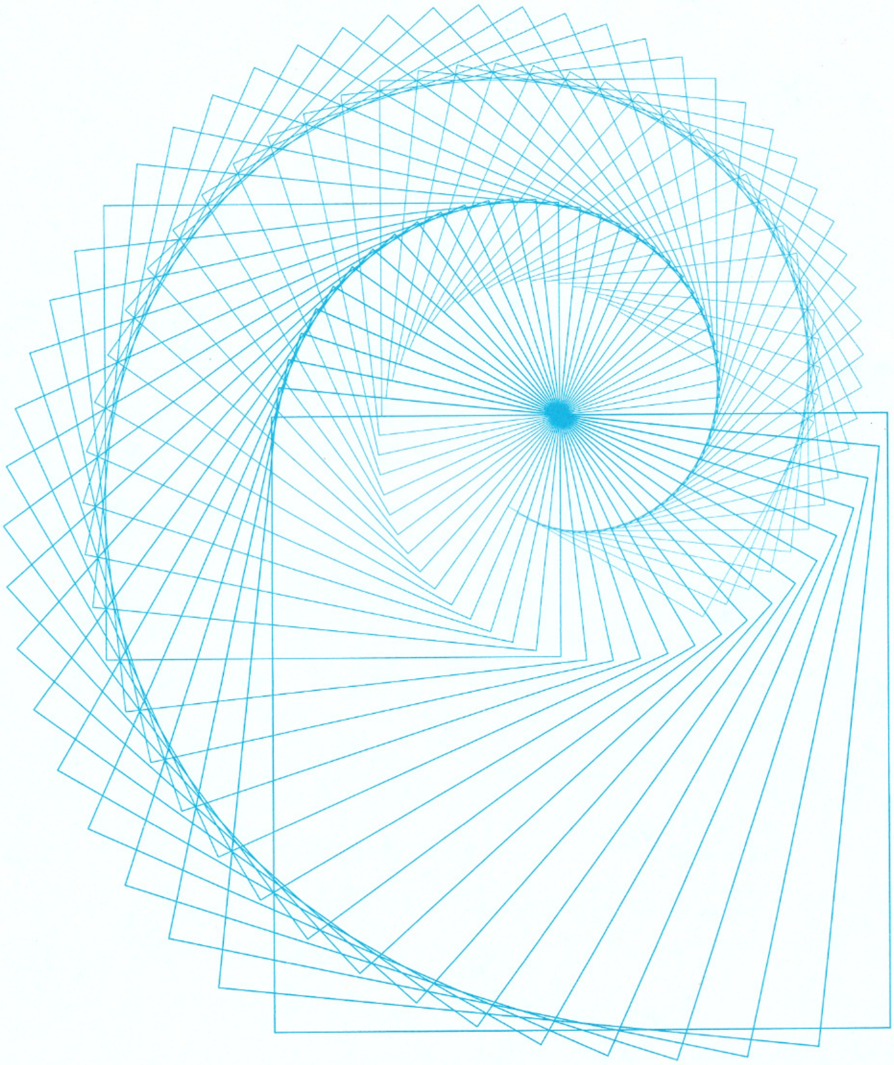
出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网 址 http://www.hep.edu.cn
http://www.hep.com.cn
网上订购 http://www.hepmall.com.cn
http://www.hepmall.com
http://www.hepmall.cn

印 刷 三河市春园印刷有限公司
开 本 787mm × 1092mm 1/16
印 张 23.25
字 数 400千字
版 次 2022年8月第1版
印 次 2022年8月第1次印刷
定 价 53.00元

物 料 号 58873-00

目录

第一章 实数



§1 集合与映射

集合, 关系与映射, Descartes 乘积, 函数, 集合的势, 可数集, 不可数集, 代数数, 超越数, Bernstein 定理

§2 第一次数学危机

第一次数学危机, 可公度量, 比例论

§3 实数公理系统

自然数公理, 数学归纳法, 实数公理系统, 实数系, 有序域的性质, 三角不等式, Newton 二项展开式, 杨辉三角, 广义实数系, 区间, 单调函数, 复数域, 周期函数

§4 实数系的构造

实数系的构造, Dedekind 分割, 稠密性, 上确界存在定理, 有理数, 无理数, 实数的十进制表示, n 次方根, 算术几何平均不等式, 指数函数的定义, 对数函数的定义

§5 附录

构造实数系的其他典型方法, 实数系的唯一性, 序同构, 实数系构造的 Cantor 方法

实数理论是数学分析的直接基础. 而集合论是建立实数理论的必要工具. 不仅如此, 集合论是整个现代数学大厦的基础, 学习数学, 有必要从集合论出发. 但正因为集合论的基础性, 它的建立涉及一些深刻的思想, 需要用很大的篇幅专门论述. 因此, 本章只对集合概念作一个简单的介绍.

与集合一样, 实数及其基本性质是我们非常熟悉的. 但是, 回顾一下就会发现, 我们在中学阶段学到的实数的很多性质, 包括什么是无理数, 仅仅是建立在直觉之上的. 从现在开始, 我们将从有理数出发, 建立实数理论.

§1 集合与映射

定义一个概念需要用到比它更基本的概念, 那么总有一个概念是最基本的, 集合就是这样一个概念, 我们只能描述它, 而不能定义它.

集合

集合 (简称**集**) 是指一些具有特定性质的对象的总体, 这些对象称为集合的元素. 集合论创始人 Cantor[1] (康托尔) 对集合的刻画为[2] “吾人直观或思维之对象, 如为相异而确定之物, 其总括之全体即为集合, 其组成集合之物谓之集合之元素.”

通常用大写字母 A, B, C 等表示集合, 而用小写字母 a, b, c 等表示元素.

需要指出, 一方面, 一个元素 a 是不是集合 A 的元素是确定的, 另一方面, 集合是由它的所有元素确定的. 换言之, 若两个集合的元素完全相同, 则它们相等.

1 Cantor, G F L P, 1845—1918 年.
2 参见文献 [24]: 肖文灿《集合论初步》.